Pontificia Universidad Javeriana
Algebra Lineal
Juan Camilo Olaya

Ejercicio T.4 pg 271 ⟨reference|Algebra Lineal Octava Edición Bernard Kolman⟩

Problema: Considere los planos $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ y $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ con normales n_1 y n_2, respectivamente. Demuestre que si los planos son idénticos, entonces $n_2 = an_1$ para algun escalar a.

Solución:

- Que me dan: Dos planos $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ y $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ identicos con normales n_1 y n_2.
- Que me piden: Demostrar que si son identicos entonces $n_2 = an_1$, es decir, $(a_1,b_1,c_1) = (a_2,b_2,c_2)$.
- Demostración.

π_1: $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$
π_2: $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

→ Como los planos son identicos, si (x_0, b_0, c_0) esta en el plano entonces esta en el otro tambien, es decir:

$$a_1(x - x_0) + b_1(y - y_0) + c_1(z - z_0) = 0 \quad (1)$$
$$a_2(x - x_0) + b_2(y - y_0) + c_2(z - z_0) = 0 \quad (2)$$
$$(a_1, b_1, c_1) \cdot (x - x_0, y - y_0, z - z_0) = 0$$
$$(a_2, b_2, c_2) \cdot (x - x_0, y - y_0, z - z_0) = 0$$

→ Como (a_1, b_1, c_1) es perpendicular al plano π_1 y lo mismo sucede con (a_2, b_2, c_2), entonces los vectores (a_1, b_1, c_1) y (a_2, b_2, c_2) son paralelos asi $(a_1,b_1,c_1) = (a_2,b_2,c_2)$ se cumple.